Құрметті студент!

2018 жылы «Жаратылыстану ғылымдары - 1» бағытындағы мамандықтар тобының бітіруші курс студенттеріне Оқу жетістіктерін сырттай бағалау 4 пән бойынша өткізіледі.

Жауап парақшасын өз мамандығыңыздың пәндері бойынша кестеде көрсетілген орын тәртібімен толтырыңыз.

Мамандық шифры	Мамандықтың атауы	Жауап парағының 6-9 секторларындағы пәндер реті
5B060100	«Математика»	1. Математикалық талдау I 2. Жай дифференциалдық теңдеулер 3. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика 4. Функционалдық анализ

1. Сұрақ кітапшасындағы тестер келесі пәндерден тұрады:
   1. Математикалық талдау I
   2. Жай дифференциалдық теңдеулер
   3. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика
   4. Функционалдық анализ

2. Тестілеу уақыты - 180 минут.
   Тестіленуші үшін тапсырма саны - 100 тест тапсырмалары.

3. Таңдаған жауапты жауап парағындағы пәнге сәйкес сектордың тиісті дөңгелекшесін толық бояу арқылы белгілеу керек.

4. Есептеу жұмыстары үшін сұрақ кітапшасының бос орындарын пайдалануға болады.

5. Жауап парағында көрсетілген секторларды мұқият толтыру керек.

6. Тест аяқталғаннан кейін сұрақ кітапшасы мен жауап парағын аудитория кезекшісіне өткізу қажет.

7. - Сұрақ кітапшасын ауыстыруға;
   - Сұрақ кітапшасын аудиториядан шығаруға;
   - Анықтама материалдарын, калькуляторды, сөздікті, ұялы телефонды қолдануға

   қатаң тиым салынады!

8. Студент тест тапсырмаларында берілген жауап нұсқаларынан болжалған дұрыс жауаптың барлығын белгілеп, толық жауап беруі керек. Толық жауапты таңдаған жағдайда студент ең жоғары 2 балл жинайды. Жіберілген қате үшін 1 балл кемітіледі. Студент дұрыс емес жауапты таңдаса немесе дұрыс жауапты таңдамаса қателік болып есептеледі.

Математикалық талдау I

1. $A=\{a,4,0\}$ мен $B=\{4,b\}$ жиындарының айырымын көрсететін өрнек:

A) $A\cup B.$

B) $\{a,0\}.$

C) $A\setminus(B\cup A).$

D) $A\setminus B.$

E) $A\setminus B\cup\varnothing.$

F) $A\cup B\cup\varnothing.$

2. $A=\{1,2,6,18\}$; $B=\{6,1,18\}$; $C=\{2,18,6,1\}$:

A) $A=C$

B) $A\cap B=A$

C) $A\cup B=\{2,6\}$

D) $B\subset A$

E) $A\cup B=B$

3. $A=\{-1,2,5,7\}$ *мен* $B=\{-1,0,5,6,7\}$ жиындарының қиылысуын көрсететін өрнек:

A) $A\cap B\cup\varnothing$

B) $\{-1,0,2,4,5,7,8,9\}$

C) $A\cup B$

D) $\{-1,0,2,5,6,7\}$

E) $\{6,7,-1,0,2,5\}$

4. Кемімелі тізбектер:

A) $x_n=a, \forall n\in N$

B) $x_n=\frac{1}{n}, \forall n\in N$

C) $x_n=\frac{n}{2}, \forall n\in N$

D) $x_n=\frac{1}{3^n}, \forall n\in N$

E) $x_n=\frac{1}{2^n}, \forall n\in N$

5. Егер $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ және $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = b$ болса, онда:

A) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n) = 0$

B) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n \cdot y_n) = a \cdot b$

C) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n) = a + b$

D) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n - y_n) = 0$

E) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n) = a - b$

6. $x_n = \frac{(-1)^n n}{n^2+2}$ тізбегінің мүшелері:

A) $-\frac{3}{11}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $-\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $-\frac{1}{5}$

F) $\frac{3}{11}$

G) $-\frac{3}{6}$

7. Егер $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ және $C = const$ болса, онда:

A) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x) + C\right) = 0$

B) $\lim\limits_{x\to a}\left(C \cdot f(x)\right) = C \cdot A$

C) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x) - C\right) = -C$

D) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x) + C\right) = -C$

E) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x) + C\right) = A + C$

8. Шекті есептеңіз: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

A) $1-3^{-1}$

B) $\dfrac{1}{2}$

C) $3\cdot 4^{-1}$

D) $2-\dfrac{2}{3}$

E) $\dfrac{1}{4}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{tgx}-\dfrac{1}{x}\right)$шегінің мәні келесі аралықта жатыр:

A) $[1,4)$
B) $[0,3)$
C) $(-3,-1]$
D) $[1,4]$
E) $(1,+\infty)$
F) $[1,3)$

10. $f(x)=arctg\dfrac{1}{x}$ функциясы $[1;2]$ кесіндіде мынадай қасиетке ие:

A) $[1;2]$ кесіндіде ең үлкен және ең кіші мәндерін қабылдайды
B) функция үзілісті
C) функция 1-текті үзіліске ұшырайды
D) $[1;2]$ кесіндіде бірқалыпсыз үзіліссіз
E) функция 2-текті үзіліске ұшырайды
F) $x=1$-үзіліс нүктесі

11. $f(x)$ функциясы a нүктесінде үзіліссіз болады, егер келесі тұжырым орындалса:

A) $\lim\limits_{x\to a+} f(x)=\lim\limits_{x\to a-} f(x)=f(a)$

B) $\lim\limits_{x\to a+} f(x)=\lim\limits_{x\to a-} f(x)$

C) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left[f(a+\Delta x)-f(a)\right]=f(a)$

D) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

E) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left[f(a+\Delta x)-f(a)\right]=0$

12. $f(x)=\dfrac{\sin x}{|x|}$ функциясы үшін $x=0$ нүктесінде:

A) $x=0$ нүктесінде үзіліссіз
B) $f(+0)=0$
C) $x=0$ нүктесінде 1-текті үзіліс
D) $f(+0)=1$
E) $f(-0)=-1$

13. $y=\dfrac{2x-3}{\ln|x|}$ функциясы үшін мына тұжырымдар дұрыс:

A) $\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=\infty$
B) $x=0$- жөнделетін үзіліс нүктесі, $x=\pm 1$- нүктелерінде 2-текті үзіліс
C) $\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=3$
D) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=9$
E) $x=0$ нүктесінде функция үзіліссіз
F) R-де функция үзіліссіз

14. $y=5x^4$ функциясы келесі функцияның туындысы:

A) $\dfrac{x^4+x^5}{5}$
B) $\dfrac{x^4}{4}+\ln 2$
C) x^5-5
D) $\dfrac{x^5}{5}+5\ln 5$
E) $\dfrac{x^5+3\ln 3}{5}$
F) $\dfrac{3x^5+\ln 3}{3}$
G) $x^5+5\ln 2$

15. $y=2+x-x^2$ функциясының $y'(0)$ мәні:

A) 0
B) 1
C) $\ln 1$
D) 5
E) $7{,}5-2{,}5$
F) $1-\ln 1$
G) e°

16. $y = arctgx$ функциясы үшін келесі теңдік дұрыс:

A) $y'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5}$

B) $y'(1) = \frac{3}{2}$

C) $y'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{6}$

D) $y'(0) = 1$

E) $y'(-1) = \frac{3}{2}$

F) $y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{5}$

G) $y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5}$

17. $y = \ln^2 x$ функцияның туындысы:

A) $\frac{\ln x}{x}$

B) $\frac{4\ln x}{2x}$

C) $\frac{2\ln x}{x}$

D) $\ln\frac{x}{2}$

E) $\frac{2\ln x}{x+1}$

F) $\ln\frac{1-x}{2}$

G) $\ln\frac{x}{5}$

18. Егер $f(x) = (x+1)e^{2x}$ функциясы берілсе, онда:

A) функция жұп

B) функция тақ

C) (-2;+∞) аралығында функция ойыс (дөңестігі төмен бағытталған)

D) функцияның асимптотасы жоқ

E) ол $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$ аралығында өседі

F) функция периодты

G) (-2;+∞) аралығында функция дөңес (дөңестігі жоғары бағытталған)

19. Егер $f(x)=\dfrac{6\left(x^2-4\right)}{3x^2+8}$ функциясы берілсе, онда:

A) функция периодты

B) $(0;+\infty)$ аралығында өседі

C) $(0;+\infty)$ аралығында кемиді

D) асимптотасы y=2, түзуі

E) оның асимптотасы жоқ

F) оның ең кіші мәні $f(2)=0$

20. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ шегіне қатысты дұрыс тұжырымдар:

A) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ шегі жоқ.

B) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}\right)'$.

C) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}=1.$

D) Лопиталь ережесін қолдана алмаймыз.

E) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-\sin x)'}{(x+\sin x)'}$ шегі бар.

F) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}=0.$

G) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-\sin x)'}{(x+\sin x)'}$ шегі жоқ.

21. $y=2+x-x^2$ функциясының бірсарынды өсу аралығы:

A) $\dfrac{1}{2}<x<6$

B) $(0{,}5,+\infty)$

C) $(1,+\infty)$

D) $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)$

E) $-\infty<x<0{,}5$

F) $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cap(-\infty;1)$

22. Анықталмаған интегралды есептеңіз: $\int \frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$

A) $\ln\left|\frac{2x+3}{x+1}\right|+C$

B) $\frac{2}{5}\ln\left|\frac{2x-3}{x-1}\right|+C$

C) $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{2x-3}{x+1}\right|+C$

D) $\ln\sqrt[5]{\left|\frac{2x-3}{x+1}\right|}+C$

E) $\ln\left|\frac{2x+3}{2x+1}\right|+C$

F) $\frac{1}{5}\ln|2x-3|-\frac{1}{5}\ln|x+1|+C$

23. Анықталмаған интегралды есептеңіз: $\int \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)}$

A) $\ln\left|\frac{x+1}{2x+1}\right|+C$

B) $\ln\left|\frac{x}{\sqrt{2x+1}}\right|+C$

C) $\ln|\ln(x-1)|+C$

D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{(x+1)^2}{2x+1}\right|+C$

E) $\ln|2x+1|+C$

F) $\ln\frac{|x+1|}{\sqrt{2x+1}}+C$

24. Анықталмаған интеграл: $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}$

A) $\frac{1}{2} arctg \frac{3tgx+1}{\sqrt{5}} + C$

B) $-\frac{2}{16}\cos 4x - \frac{1}{12}\cos 6x + C$

C) $\frac{\sqrt{5}}{5} arctg \frac{\sqrt{5}\left(3tg\frac{x}{2}+1\right)}{5} + C$

D) $\frac{1}{\sqrt{5}} arctg \frac{3tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{5}} + C$

E) $\frac{1}{4} arctg \frac{3tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{5}} + C$

F) $-\frac{1}{4}\cos 4x + C$

G) $\frac{1}{2} arctg \frac{3tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{5}} + C$

25. Келесі теңдіктер дұрыс:

A) $\int \frac{dx}{9+x^2} = \frac{1}{3} arctgx \frac{x}{3} + C$

B) $\int 5^{3x} dx = \frac{1}{\ln 5} 5^{3x} + C$

C) $\int \frac{dx}{9+x^2} = \arcsin \frac{x}{3} + C$

D) $\int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln|\sin x| + C$

E) $\int 5^{3x} dx = \frac{-1}{3\ln 5} 5^{3x} + C$

F) $\int 5^{3x} dx = \frac{1}{3} 5^{3x} + C$

Математикалық талдау I
ПӘНІ БОЙЫНША СЫНАҚ АЯҚТАЛДЫ

Дифференциалдық теңдеулер

1. Үшінші ретті дифференциалдық теңдеулер:
A) $y''' = 2y$
B) $y'x^3 = 2y$
C) $yy' = 1 + y^2$
D) $yy' + x = 0$
E) $y''x \ln x = y'$

2. $y'' - 7x^3 y^4 + 5y' = 0$ дифференциалдық теңдеуінің реті:
A) 2^0
B) 2
C) $\sqrt[3]{8}$
D) $\ln 1$
E) 0

3. Айнымалылары ажыратылатын дифференциалдық теңдеулер:
A) $yy' + x = 0$
B) $y'x^3 = 2y$
C) $yy' = x^2 + y^2$
D) $x^2 y' = xy + y^2$
E) $xy' - y = 0$

4. Айнымалылары ажыратылатын дифференциалдық теңдеулер:
A) $yy' = x^2 + y^2$
B) $(1 + x^2)y' + 1 + y^2 = 0$
C) $y' = 2\sqrt{y} \ln x$
D) $dr + r tg\varphi d\varphi = 0$
E) $yy' = 2y - x$

5. Бірінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеуі:
A) $y' = 1 - 2x$
B) $y' - 2xy = e^{x^2}$
C) $y' = x^3 y^2$
D) $y' = \cos 5x$
E) $xy' + y - 3x^2 = 0$
F) $y' - 2y = 3e^x$

6. $y' + P(x)y = Q(x)$ дифференциалдық теңдеуі:
A) Бірінші ретті дифференциалдық теңдеу
B) Біртекті теңдеуге келтірілетін дифференциалдық теңдеу
C) Сызықтық дифференциалдық теңдеуінің жалпы түрі
D) Айнымалылыры ажыратылатын теңдеу
E) Екінші ретті дифференциалдық теңдеу
F) Бернулли теңдеуі

7. Бірінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеуі:
A) $y' = 1 - 2x$
B) $y'' + y\cos x = \sin 2x$
C) $y' - \dfrac{3y}{x} = x$
D) $y' = xy^3$
E) $y' + y\cos x = \sin 2x$

8. $y = xy' + y' - y'^2$ дифференциалдық теңдеуі:
A) Бірінші ретті дифференциалдық теңдеу
B) Риккати теңдеуі
C) Көмекші параметр енгізіліп шешіледі
D) Айнымалылары ажыратылатын дифференциалдық теңдеуінің жалпы түрі
I) Екінші ретті дифференциалдық теңдеу
E) Бернулли теңдеуі
F) Клеро теңдеуі

9. $xy' - y = \ln y'$ Клеро теңдеуінің жалпы шешімі:

A) $y = Cx - \ln C$

B) $y = x\left(C - \dfrac{\ln C}{x}\right) - \sqrt{2}\ln e$

C) $y = x\left(Cx - \dfrac{\ln C}{x}\right) + \sqrt{2}\ln e$

D) $y = x\left(Cx - \dfrac{\ln C}{x}\right)$

E) $y = (Cx^2 - \ln C) - \sqrt{2}\ln 1$

F) $y = Cx^2 - \ln C$

10. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 3y \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$ жүйенің сипаттаушы теңдеуінің түбірлері:

A) $\kappa_1 = i; \quad \kappa_2 = -i$

B) $\kappa_1 = 1 + 3i; \quad \kappa_2 = 1 - 3i$

C) $\kappa_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{-1}}{2}$

D) $\kappa_{1,2} = \pm\sqrt{-9}$

E) $\kappa_{1,2} = 1 \pm 3i$

F) $\kappa_1 = 3i; \quad \kappa_2 = -3i$

11. $\left(e^x + y + \sin y\right)dx + \left(e^y + x + x\cos y\right)dy = 0,$ мұндағы $P(\text{x}, \text{y}) = e^x + y + \sin y,\ Q(\text{x}, \text{y}) = e^y + x + x\cos y,$ толық дифференциалды теңдеуінде:

A) $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial y}$

B) $\frac{\partial P}{\partial y} = 1 + \cos y$

C) $\frac{\partial Q}{\partial x} = 1 - \sin y \cos y$

D) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$

E) $\frac{\partial Q}{\partial x} = 1 + \sin y$

F) $\frac{\partial Q}{\partial x} = 1 - \cos y$

12. $\frac{y}{x}dx + \left(3y^2 + \ln x\right)dy = 0$, мұндағы $P(\text{x}, \text{y}) = \frac{y}{x}, Q(\text{x}, \text{y}) = 3y^2 + \ln x,$ толық дифференциалды теңдеуінде:

A) $y\ln x + y^3 = C$ берілген теңдеудің жалпы интегралы

B) $y\ln x + y^2 = C$

C) $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial y}$

D) $x^2 + 3x^2y^2 - 2y^4 = C$

E) $y\ln x - y^3 = C$

13. $2y'\sqrt{x} = y$ дифференциалдық теңдеуінің $y = 1,\ x = 4$ бастапқы шарттарын қанағаттандыратын дербес шешімі:

A) $y = e^{\frac{x}{2}}$

B) $y = e^{-\sqrt{x}}$

C) $y = e^{2}e^{-\frac{x}{2}}$

D) $y = \dfrac{1}{e^{2-\sqrt{x}}}$

E) $y = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^{2}}$

14. $\dfrac{dx}{dt} = 3$ дифференциалдық теңдеуінің $x = 1, t = -1$ Коши есебінің шешімінде:

A) $t = 3x + 3$

B) $C = 4$

C) $C = \sqrt{16}$

D) $C = 3$

E) $C = -1$

F) $C = \ln e^{4}$

15. $y''' = \dfrac{6}{x^{3}}$ дифференциалдық теңдеуі:

A) реті төмендетілетін теңдеу

B) толық дифференциалды теңдеу

C) бірінші ретті дифференциалдық теңдеу

D) реті төмендетілмейтін теңдеу

E) 2 рет интегралданады

F) үш рет интегралданады

G) жалпы шешімінде тұрақтылар саны 3-ке тең

16. $y'' = \dfrac{x}{2}$ теңдеудің жалпы шешімі:

A) $y = \dfrac{x^3}{12} + C_1 x$

B) $y = \dfrac{x^3}{8} + C_1 x + C_2$

C) $y = C_1 + C_2 x + \dfrac{1}{12x^{-3}}$

D) $y = x^3 + C_1 x + C_2$

E) $y = \dfrac{x^3}{12} + C_1 x + C_2$

F) $y = \dfrac{1}{8x^{-3}} + C_1 x + C_2$

G) $y = \dfrac{x^3}{\sqrt{144}} + C_1 x + C_2$

17. $y'' - 4y' + 3y = 0$ дифференциалдық теңдеудің $y(0) = 6,\ y'(0) = 10$ бастапқы шарттарды қанағаттандыратын дербес шешімі:

A) $y = e^{x}(4 + 2e^{2x})$

B) $y = 4e^{x} - 2e^{-3x}$

C) $y = e^{2x}\left(4e^{-x} - 3e^{-x}\right)$

D) $y = 2e^{-x} + 2e^{3x}$

E) $y = -4e^{x} + 2e^{3x}$

F) $y = 4e^{x} + 2e^{-3x}$

18. $y'' + 5y' + 6y = 0$ дифференциалдық теңдеудің $y(0) = 1,\ y'(0) = -6$ бастапқы шарттарды қанағаттандыратын дербес шешімі:

A) $y = e^{-2x}\left(e^{-x} - 3\right)$

B) $y = e^{2x}\left(4e^{-x} - 3e^{-x}\right)$

C) $y = 4e^{-3x} - 3e^{-2x}$

D) $y = 4e^{-2x}\left(e^{-x} - 3\right)$

E) $y = e^{2x}\left(e^{-x} - 3\right)$

F) $y = e^{-2x}\left(4e^{x} - 1\right)$

19. Екінші ретті біртекті сызықты дифференциалдық теңдеудің сипаттамалық теңдеуінің түбірі $k_1 = k_2$ болғанда, оның жалпы шешімі:

A) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

B) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

C) $y = (C_1 + xC_2) e^{k_1 x}$

D) $y = C_1 e^{k_2 x} + xC_2 e^{k_2 x}$

E) $y = C_1 e^{k_1 x} + xC_2 e^{k_1 x}$

F) $y = C_1 e^{k_1 x} - C_2 e^{k_2 x}$

G) $y = C_1 e^{x} + xC_2 e^{-x}$

20. $y'' + 2y' + y = e^x$ сызықты біртекті емес дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі:

A) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{-x} + \frac{1}{4} e^{2x}$

B) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \frac{1}{4} e^{2x}$

C) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + \frac{1}{4} e^{x}$

D) $y = C_1 e^{-x} - C_2 e^{-x} + \frac{1}{4} e^{x}$

E) $y = e^{-x}(C_1 + C_2 x + \frac{1}{4} e^{2x})$

F) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{x} + \frac{1}{4} e^{-x}$

G) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} - \frac{1}{4} e^{x}$

21. $y'' - 2y' + 2y = 2x$ сызықты біртекті емес дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі:

A) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x + x + 1) e^x$

B) $y = (C_1 \cos x - C_2 \sin x) e^x - x + 1$

C) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^x + x + 1$

D) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^{-x} + x + 1$

E) $y = C_1 \cos x \cdot e^x + C_2 \sin x \cdot e^x + x + 1$

F) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^x + x - 2$

G) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^x + (x + 1)$

22. $\begin{cases} x_1' = 2x_1 + 3x_2 \\ x_2' = 4x_1 - 2x_2 \end{cases}$ жүйенің шешімі:

A) $x_2(t) = 3C_1e^{2t} - 3C_2e^{-2t}, x_1(\mathrm{t}) = 3\mathrm{C}_1 e^{t} + 3C_2e^{-2t}$

B) $x_2(t) = 2C_1e^{4t} - 2C_2e^{-4t}, x_1(\mathrm{t}) = 3\mathrm{C}_1 e^{4t} + C_2e^{-4t}$

C) $x_1(t) = 3C_1e^{4t} + C_2e^{-4t}, x_2(\mathrm{t}) = -2(-\mathrm{C}_1\mathrm{e}^{4t} + \mathrm{C}_2\mathrm{e}^{-4t})$

D) $x_1(t) = C_1e^{2t} + C_2e^{-2t},\ x_2(t) = 3C_1e^{2t} - 3C_2e^{-2t}$

E) $x_1(t) = 3C_1e^{4t} + C_2e^{-4t},\ x_2(t) = 2C_1e^{4t} - 2C_2e^{-4t}$

23. $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 6x - y \end{cases}$ дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімі:

A) $\begin{cases} x = C_1e^{-4t} + C_2e^{5t}, \\ y = e^{5t}(-2C_1e^{-9t} + C_2) \end{cases}$

B) $\begin{cases} x = e^{-4t}(C_1 + C_2e^{9t}), \\ y = -2C_1e^{-4t} + C_2e^{5t} \end{cases}$

C) $\begin{cases} x = 2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x}, \\ y = 2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x} \end{cases}$

D) $\begin{cases} x = -2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x}, \\ y = 2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x} \end{cases}$

E) $\begin{cases} x = C_1e^{-4x} - 2C_2e^{5x}, \\ y = 2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x} \end{cases}$

F) $\begin{cases} x = C_1e^{-4x} + C_2e^{5x}, \\ y = 2C_1e^{-4x} - 2C_2e^{5x} \end{cases}$

G) $\begin{cases} x = -C_1e^{-4x} + C_2e^{5x}, \\ y = -2C_1e^{-4x} + C_2e^{5x} \end{cases}$

24. $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -3y - z, \\ \dfrac{dz}{dx} = y - z \end{cases}$ дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімі :

A) $y = (C_1 - C_2 - C_1 x)e^{-2x}$, $z = (C_1 x + C_2)e^{-2x}$

B) $y = C_1 - C_2 x - 2\sin x$, $z = C_1 x \cdot e^{-2x} + 3C_2 \cdot e^{-2x}$

C) $y = (C_1 - C_2 - C_1 x)e^{-2x}$, $z = C_1 x \cdot e^{-2x} + C_2 \cdot e^{-2x}$

D) $y = C_1 - C_2 x - 2\sin x$, $z = C_1 x \cdot e^{3x} + C_2 \cdot e^{-x}$

E) $y = (C_1 + C_2 - C_1 x)e^{2x}$, $z = (C_1 x + C_2)e^{2x}$

F) $y = (C_1 + C_2 + C_1 x)e^{-2x}$, $z = (C_1 x - C_2)e^{-x}$

G) $y = (C_1 - C_2 + C_1 x)e^{-2x}$, $z = (C_1 x - C_2)e^{2x}$

25. $y'' + 8y' = 8x$ теңдеуінің шешімі:

A) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{8}$

B) $y = C_1 + C_2 e^{-8x} + \dfrac{4x^2 - x}{8}$

C) $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + \dfrac{1}{8}(2x^2 + 4x + 3)$

D) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{8}$

E) $y = C_1 + C_2 e^{-8x} + \dfrac{1}{8}x(4x - 1)$

F) $y = (C_1 + C_2 x)e^{-2x} + \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{8}$

G) $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{8}$

Дифференциалдық теңдеулер
ПӘНІ БОЙЫНША СЫНАҚ АЯҚТАЛДЫ

Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика

1. Конкурсқа 3 номинация бойынша 10 кинофильм қатысқан. Әрбір номинация бойынша әртүрлі сыйлықтар немесе бірдей сыйлықтар тағайындалған жағдайда сыйлық берудің тәсілін анықтаңдар.
A) $C_3^3 C_4^3 C_8^3 C_5^2 C_7^1 C_9^1$
B) $1 \cdot 4 \cdot C_8^3 C_5^2 \cdot 7 \cdot 9$
C) A_{20}^5; A_{16}^5
D) 10!
E) $\frac{10^4}{C_{10}^9}$; C_{12}^3
F) 10^3; C_{10+3-1}^3

2. Ербол мен Қанат жатақханадан университетке дейін әртүрлі автобуспен шыққан. Автобус жүретін уақыт аралығы сағат 7 мен 8. Соңғы автобусқа үлгермеген студент лекцияға кешігеді. Ербол мен Қанат қанша тәсілмен бөлек автобуспен лекцияға кешікпей жете алады
A) 40
B) $\ln e^{20}$
C) 5
D) 9
E) $\ln e^5$

3. A кездейсоқ оқиғасының ықтималдығы p мен қарама–қарсы $\overline{A}$ оқиғасының q ықтималдығы арасындағы байланысты өрнектейтін теңдік:
A) $1 - q = p$
B) $1 - p = q$
C) $q - p = 1$
D) $p - 1 = q$
E) $p + q = 1$

4. Үш теңгені лақтырғанда үшеуінің де «елтаңба» жағымен түсу ықтималдығы:

A) $\frac{1}{2}$-ден кем

B) Тәуелсіз оқиғалар үшін көбейту теоремасы бойынша есептеледі

C) Байес формуласы бойынша есептеледі

D) $\frac{1}{12}$-ден кем

E) $\frac{1}{2}$-ден артық

5. *A* және *B* оқиғаларының бірге пайда болуы осы оқиғалардың:

A) Қиылысуы

B) *AB*

C) Бірігуі

D) Ілестіруі

E) Қосындысы

F) Айырымы

G) Беттесуі

6. Екі зеңбірек бір мезгілде бір-біріне тәуелсіз бір ұшақты атады. Егер ең болмағанда бір снаряд тисе, ұшақ жойылады. Бірінші зеңбіректің тию ықтималдығы 0,8, ал екіншісінікі 0,75. Ұшақтың жойылу ықтималдығын табу керек:

A) 0,8-ден кем

B) Тәуелсіз оқиғалардың кемінде біреуінің пайда болуы теоремасы бойынша есептеледі

C) Тәуелсіз оқиғалар үшін көбейту теоремасы бойынша есептеледі

D) Үйлесімсіз оқиғалар үшін қосу теоремасы бойынша есептеледі

E) 0,95

F) 0,8

7. Тәуелсіз 4 сынақта A оқиғасының кемінде бір рет пайда болу ықтималдығы 0,8. Егер әр сынақта A оқиғасының пайда болу ықтималдығы бірдей болса, онда A оқиғасының бір сынақта пайда болу ықтималдығын анықтаңдар.

A) $p=\left(1-(0.2)^{\frac{1}{8}}\right)\left(1+(0.2)^{\frac{1}{8}}\right)$

B) $p=\sqrt[4]{0.8}$

C) $p=1-\sqrt[4]{0.2}$

D) $p=\left(1-(0.8)^{\frac{1}{8}}\right)\left(1+(0.8)^{\frac{1}{8}}\right)$

E) $p=1-(0.2)^{\frac{1}{4}}$

8. ξ_t $(t=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots)$ кездейсоқ шамалары тәуелсіз, $M\xi_t=a$, $D\xi_t=\sigma^2$, $c_j\in R$, $\sum\limits_{j=0}^{k} c_j=1$. $\eta_t=c_0\xi_t+c_1\xi_{t-1}+\ldots+c_k\xi_{t-k}$, $t=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$.

$M\eta_t$, $D\eta_t$ түрін көрсет.

A) $M\eta_t=0,\ D\eta_t=\sigma^2 a$

B) $M\eta_t=a,\ D\eta_t=\sigma^2\left(c_1^2+c_2^2+\ldots+c_k^2\right)$

C) $M\eta_t=a,\quad D\eta_t=2\sigma^2\sum\limits_{j=0}^{k} c_j^2$

D) $M\eta_t=a,\quad D\eta_t=\sigma^2\sum\limits_{j=0}^{k} c_j^2$

E) $M\eta_t=a,\quad D\eta_t=\sigma^2\sum\limits_{j=1}^{k} c_j^2$

F) $M\eta_t=a,\quad D\eta_t=\sigma^2$

G) $M\eta_t=0,\quad D\eta_t=\sigma^2\sum\limits_{j=1}^{k} c_j^2$

9. Тәуелсіз n $(n \to \infty)$ рет сынақ жүргізгенде m рет табыс болу ықтималдықтарының формуласын көрсет.

A) $P_n(m) = \dfrac{1}{\sqrt{np(1-p)}}\varphi(x)$

B) $P_n(m) = \dfrac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$, $m = 0,1,2,\ldots$

C) $P_n(m) = C_n^m p^n (1+p)^m$

D) $P_n(m) = C_n^m p^n (1-p)^{n-m}$

E) $P\{k_1 \le m \le k_2\} \approx \Phi(x_2) + \Phi(x_1),$

F) $P\{k_1 \le m \le k_2\} \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),\ x_1 = \dfrac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$, $x_2 = \dfrac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$

G) $P_n(m_1, m_2, \ldots, m_k) = \dfrac{n!}{m_1! m_2! \ldots m_k!} {p_1}^{m_1} \cdots {p_k}^{m_k}$

10. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім функциясы мынадай:

$$F_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\le 0 \\ \sin 2x, & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \\ 1, & егер \;\; x>\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$ $p_{\xi}(x)$ үлестірім тығыздығын табыңыз

A) $p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\notin\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right] \\ (2\cos 2x)'', & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

B) $p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\le 0 \\ -2\cos 2x, & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \\ 0, & егер \;\; x>\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

C) $p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\notin\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right] \\ (\sin 2x)', & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

D) $p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\notin\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right] \\ (\sin 2x)'', & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

E) $p_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, & егер \;\; x\le 0 \\ 4/\pi, & егер \;\; 0<x\le\dfrac{\pi}{4} \\ 0, & егер \;\; x>\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$

11. $p_{ij} = P\{\xi = x_i\,,\, \eta = x_j\}$. Дұрыс формуланы көрсет.

A) $P\{\xi = x_i\} = \sum\limits_j p_{ij}$

B) $P_{\{X = x_i\}}\{Y = y_j\} = \dfrac{P\{\eta = x_j\}}{P\{\xi = x_i\}}$

C) $\sum\limits_{i,j} p_{ij} = -1$

D) $\sum\limits_{i,j} p_{ij} = 1$

E) $P_{\{X = x_i\}}\{Y = y_j\} = \dfrac{P\{\xi = x_i\,,\, \eta = x_j\}}{P\{\xi = x_i\}}$

F) $\sum\limits_{i} p_{ij} = 1$

12. Дисперсиялары нөлден өзге ξ және η кездейсоқ шамаларының корреляция коэффициенті $\rho(\xi,\eta)$ үшін орындалатын теңдіктерді көрсет.

A) $\rho(\xi,\eta) = \dfrac{\operatorname{cov}(\xi,\eta)}{\sqrt{D\xi}\sqrt{D\eta}}$

B) $\rho(\xi,\eta) = \operatorname{cov}(\xi,\eta)\cdot\sqrt{D\xi}\cdot\sqrt{D\eta}$

C) $\rho(\xi,\eta) = \dfrac{M(\xi\eta) - M\xi M\eta}{\sqrt{D\xi}\cdot\sqrt{D\eta}}$

D) $\rho(\xi,\eta) = \dfrac{\operatorname{cov}(\xi,\eta)}{\sqrt{D\xi} + \sqrt{D\eta}}$

E) $\rho(\xi,\eta) = \dfrac{M(\xi\eta) + M\xi M\eta}{\sqrt{D\xi} + \sqrt{D\eta}}$

F) $\rho(\xi,\eta) = M(\xi\eta) + M\xi M\eta$

13. Төмендегі қасиеттердің дұрысын көрсет.

A) Дисперсиялары нөлден өзгеше ξ және η кездейсоқ шамалары қандай болса $\rho(\xi,\eta) > 1$

B) Дисперсиялары нөлден өзгеше ξ және η кездейсоқ шамалары қандай болса да $|\rho(\xi,\eta)| \le 1$

C) Дисперсиялары нөлден өзгеше ξ және η кездейсоқ шамалары ақиқат дерлік түрде сызықты тәуелді болса, онда $|\rho(\xi,\eta)| = 1$

D) Кез келген $D\xi < \infty$ мен $D\eta < \infty$ шартын қанағаттандыратын ξ және η кездейсоқ шамалары үшін $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta + 2\operatorname{cov}(\xi,\eta)$

E) кез келген жағдайда $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta - 2\operatorname{cov}(\xi,\eta)$

14. X кездейсоқ шама $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$ $(-\infty < x < +\infty)$ дифференциалдық функция арқылы берілген. Кездейсоқ шаманың (-1;1) аралықтан мән қабылдауының ықтималдығы:
A) 1
B) 0,6-дан артық
C) 0,7-ден кем
D) 0,6
E) 0,5-тен артық
F) 0,5
G) 0,1

15. X кездейсоқ шаманың $F(x)=\begin{cases} 0, \ x \le -1, \\ \dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4}, \ -1 < x \le \dfrac{1}{3}, \\ 1, \ x > \dfrac{1}{3} \end{cases}$ интегралдық функциясы берілген. Кездейсоқ шаманың $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$ аралықтан мән қабылдауының ықтималдығы:
A) 0,35-тен кем
B) 0,65-тен артық
C) 0,2
D) 0,25
E) 0,45
F) 0,5

16. X кездейсоқ шамасы

X	-5	2	3	4
p	0,4	0,3	0,1	0,2

үлестіру заңдылығымен берілсе, диперсиясын табу керек:
A) 16,21
B) 15-тен кем
C) 15-тен артық
D) 16-дан артық
E) 15,81
F) 15,21
G) 16-дан кем

17. А оқиғасының әрбір сынақта пайда болу ықтималдығы 0,042, оқиғаның 18 тәуелсіз сынақта пайда болуының математикалық күтімі:
A) 0,9-дан кем
B) 0,61
C) 0,8-ден артық
D) 0,656
E) 0,576
F) 0,756
G) 0,7-ден артық

18. Табысының ықтималдығы p-ға тең Бернулли схемасы үшін μ_n алғашқы n сынақтағы табыс саны. Бернулли схемасы үшін (әлсіз) *үлкен сандар заңы* болатын тұжырым
A) $\underset{n\to\infty}{l.i.m}\,\frac{\mu_n}{n}=p$
B) ықтималдық бойынша жинақталады
C) $P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}\to 0\ \ (n\to\infty)$
D) $\frac{\mu_n}{n}\xrightarrow{a.д.}p$
E) $P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right\}\to 1\ \ (n\to\infty)$

19. Айталық ξ_1,ξ_2 ,...тәуелсіз бірдей үлестірілген кездейсоқ шамалар тізбегі болсын $(P\{\xi=a\}=0,\ a=const)$және $M\xi_1{}^2<\infty$, $S_n=\xi_1+...+\xi_n$. Онда $n\to\infty$ кезде $\tilde{S}_n=\frac{S_n-MS_n}{\sqrt{DS_n}}$ кездейсоқ шамасы
A) $M\tilde{S}_n=0,\ D\tilde{S}_n=1,\ \tilde{S}_n\xrightarrow{\text{әлсіз}}\xi\sim\mathrm{N}(0,1)$
B) $\tilde{S}_n\xrightarrow{\text{әлсіз}}\xi\sim\mathrm{N}(0,1)$
C) $M\tilde{S}_n=0,\ D\tilde{S}_n=1,\ \tilde{S}_n\xrightarrow{\text{P}}\xi\sim\mathrm{N}(0,2)$
D) $\tilde{S}_n\xrightarrow{\text{әлсіз}}\xi$ - параметрі $\lambda=1$ болатын көрсеткіштік кездейсоқ шама
E) $\tilde{S}_n\xrightarrow{P}\xi\sim\mathrm{N}(0,1)$
F) $\tilde{S}_n\xrightarrow{(a.д.)}\xi\sim\mathrm{N}(0,1)$
G) ешқандай кездейсоқ шамаға әлсіз жинақталмайды
H) $\frac{S_n}{n}\xrightarrow{P}a$

20. Қораптағы 10 қызыл және 6 көк түйменің ішінен кездейсоқ 2 түйме алынды. Алынған түймелердің бір түсті болу ықтималдығы:
A) 0,3-тен артық
B) 1
C) C_{10}^2 / C_{16}^2
D) 0,5
E) 0,3-тен кем
F) $\frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15}$
G) $\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} + \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15}$

21. $\xi,\ \eta$ кездейсоқ шамаларының бірлескен үлестірім функциясы $F(x, y) = F_{\xi,\eta}(x, y)$ үшін ақиқат теңдіктерді көрсет.
A) $F'(x, y) = f(x, y)$
B) $P\{a_1 \le X \le a_2,\ b_1 \le Y \le b_2,\} = F(b_1, b_2) - F(a_1, b_2) - F(b_1, a_2) + F(a_1, a_2)$
C) $p = F(a_2, b_2) + F(a_1, b_2) + F(b_1, a_2) + F(a_1, a_2)$
D) $F(-\infty, -\infty) = \infty$
E) $F(x, y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dxdy$
F) $F(x, y) = F(-\infty, y)$

22. $\xi_1,\ \xi_2$ тәуелсіз $\mathrm{N}(0{,}1)$ кездейсоқ шамалар. $\xi = 4\xi_1 - 3\xi_2 + 1$ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы, сипаттамалары
A) $M\xi = 0,\ D\xi = 50$
B) $f_\xi(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}$
C) $f_\xi(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{25}}$
D) $f_\xi(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{50}}$
E) $\xi \sim \mathrm{N}(0,\ 5)$
F) $f_\xi(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

23. $X=(X_1, X_2, ..., X_n)$, $X_i \sim N(a,\sigma^2)$ болатын таңдама үшін *шындыққа сәйкестік функциясы* $L(x;\theta)=L(x_1,x_2,...,x_n;\theta_1,\theta_2^2)$ формуласын көрсет.

A) $L(x;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_2}e^{-\frac{(x_i+\theta_1)^2}{2\theta_2^2}}$

B) $L(x;\theta)=\prod_{i=1}^{n}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i+\theta_i)^2}{2\theta_1^2}}$

C) $L(x;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_2}e^{-\frac{(x_i-\theta_1)^2}{2\theta_2^2}}$

D) $L(x;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i+\theta_i)^2}{2\theta_1^2}}$

E) $L(x;\theta)=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_2}\right)^n \exp\left(-\frac{1}{2\theta_2^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta_1)^2\right)$

F) $L(x;\theta)=(2\pi)^{-\frac{n}{2}}\cdot(\theta_2)^{-n}\prod_{i=1}^{n}e^{-\frac{(x_i-\theta_1)^2}{2\theta_2^2}}$

24. X үзіліссіз кездейсоқ шама болсын. Моменттер әдісі арқылы табылған *үзіліссіз кездейсоқ шаманың* үлестірім параметрі θ-ның бағасы болатын бағаны көрсет.

A) $X \sim \Pi(\lambda)$ болса, онда $\lambda^* = \overline{x_m} \cdot np$

B) $X \sim \Pi(\lambda)$ болса, онда $\lambda^* = \overline{x_m}$

C) $X \sim Bi(m,\ p)$ болса, онда $a^* = \overline{x_m}$

D) $X \sim N\left(a, \sigma^2\right)$ болса, онда $a^* = \overline{x_m}$, $\sigma^* = \sqrt{D_m}$

E) $X \sim Bi(m,\ p)$ болса, онда $p^* = \dfrac{\overline{x_m}}{m}$

F) X кездейсоқ шамасы α параметрімен көрсеткіштік үлестірілген болса, онда $\alpha^* = \dfrac{1}{\overline{\overline{x_m}}}$

G) $X \sim N\left(a, \sigma^2\right)$ болса, онда $a^* = \overline{x_m}$, $\sigma^* = D_m^{\frac{1}{2}}$

25. ξ_t – параметрі λ-ға тең пуассондық үдеріс болсын. Онда оның корреляциялық функциясы анықта.

A) $-\lambda s*(\lambda s-1), s<t$

B) $\lambda s,\ \ s<t$

C) $\lambda s-1$

D) $\lambda t,\ \ s<t$

E) $\lambda^2\,(t-s)s+\lambda s,\quad s<t$

F) $\lambda t-\lambda s,\ \ s<t$

Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика
ПӘНІ БОЙЫНША СЫНАҚ АЯҚТАЛДЫ

Функционалдық анализ

1. Егер $\rho(x,y)$ функциясы метрика болса, онда:
A) $\rho(x,y) < \rho(y,x)$
B) $\forall x,y \in X$ үшін $\rho(x,y) > 1$
C) $\forall x,y,z \in X$ үшін $\rho(x,y) \le \rho(x,z) + \rho(z,y)$
D) $\forall x,y \in X$ үшін $\rho(x,y) \ge 0$
E) $\forall x,y \in X$ үшін $\rho(x,y) = \rho(y,x)$

2. X метрикалық кеңістігінің тұйық жиыншалары:
A) әрбір $E \subset X$ жиыны –тұйық жиын
B) әрбір $E \subset X$ жиынының тұйықталуы
C) $P = \{x_1, x_2, ..., x_n\}, x_i \in X, i = 1,2,...,n$
D) $V_\varepsilon(a) = \{x \in X : \rho(x,a) < \varepsilon\}$
E) әрбір $CE \subset X$ жиыны –тұйық жиын
F) X кеңістігінде шенелген жиын- тұйық жиын

3. Егер нормаланған X кеңістігі n өлшемді болса, онда:
A) X кеңістігі Евклид кеңістігі болады
B) әрбір тұйық жиын- компакт жиын
C) әрбір компакт жиын- шенелген жиын
D) $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n, \varphi_{n+1,...}$ элементтері сызықтық тәуелсіз болады
E) әрбір шенелген, тұйық $M \subset X$ жиыны- компакт жиын
F) әрбір шенелген жиын- компакт жиын

4. X топологиялық кеңістігінің ішкі жиыны F тұйық жиын деп аталады егер:
A) Барлық нүктелері ішкі нүкте болса
B) X\F = ø
C) Барлық жанасу нүктелері осы жиында жатса
D) X\F ашық жиын болса
E) Жиынның тұйықтамасы өзіне тең болса

5. Минковский теңсіздігі:

A) $\left(\int_a^b |x(t)+y(t)|^p\,dt\right)^{1/p} \le \left(\int_a^b |x(t)|^p\,dt\right)^{1/p} + \left(\int_a^b |y(t)|^p\,dt\right)^{1/p}$ $\left(1<p<\infty,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$

B) $\sum_{k=1}^{\infty}|x_k y_k| \le \left(\sum_{k=1}^{\infty}|x_k|^p\right)^{1/p}\left(\sum_{k=1}^{\infty}|y_k|^q\right)^{1/q}$ $\left(1<p<\infty,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$

C) $\sum_{k=1}^{m}|x_k y_k| \le \left(\sum_{k=1}^{m}|x_k|^p\right)^{1/p}\left(\sum_{k=1}^{m}|y_k|^q\right)^{1/q}$ $\left(1<p<\infty,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$

D) $\left(\sum_{k=1}^{m}|x_k+y_k|^p\right)^{1/p} \le \left(\sum_{k=1}^{m}|x_k|^p\right)^{1/p} + \left(\sum_{k=1}^{m}|y_k|^p\right)^{1/p}$ $\left(1<p<\infty,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$

E) $\left(\sum_{k=1}^{\infty}|x_k+y_k|^p\right)^{1/p} \le \left(\sum_{k=1}^{\infty}|x_k|^p\right)^{1/p} + \left(\sum_{k=1}^{\infty}|y_k|^p\right)^{1/p}$ $\left(1<p<\infty,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$

6. x= (1, ½,1/4, 1/8, …) элементінің l_1 кеңістігіндегі нормасы жататын аралықтар :

A) [- 3; 3]

B) [-3; 0]

C) [4; 8]

D) [0; 3]

E) (-2; -1)

7. X комплекс сандар өрісінің үстінен берілген кез келген сызықтық кеңістік болсын. Егер $(x,y): X\times X \to C$ скаляр көбейтінді болса, онда барлық $x,y,z\in X$ элементтері мен әрбір $\lambda\in C$ комплекс саны үшін:

A) $(x+y,z)=(x,z)+(y,z)$

B) $(x+y,z)>(x,z)+(y,z)$

C) $(x,\mu y)=\overline{\mu}(x,y)(x,y\in X,\ \mu\in C)$

D) $(x+y,z)<(x,z)+(y,z)$

E) $(x,y)=i(y,x)$

8. Скаляр көбейтінді (x, y) =:

A) $\sum_{k=1}^{m} x^2{}_k y^2{}_k$ (E^m кеңістікте)

B) $\sum_{k=1}^{\infty} x_k y_k$ (l_2 нақтыкеңістікте)

C) $\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{x_k y_k}$ (l_2 нақты кеңістікте)

D) $\sum_{k=1}^{m} x_k y_k$ (x, y $\in$ E^m)

E) $\int_a^b |x(t) - y(t)|dt$ (L_2[a; b] кеңістікте)

F) $\int_a^b x^2(t)y(t)dt$ (L_2[a; b] нақты кеңістікте)

G) $\int_a^b x(t)y(t)dt$ (L_2[a; b] нақты кеңістікте)

9. Егер X - компакт метрикалық кеңістік болса, онда:
A) Ол Гильберт кеңістігі
B) Қанда да бір $\varepsilon > 0$ үшін X –тің сәйкес ε-торы табылмай қалуы мүмкін
C) X –тегі нүктелерінің кез келген тізбегінің жинақталатын тізбекшесі бар
D) X –тегі кез келген ақырсыз жиынның шектік нүктесі жоқ
E) Ол толық және әрбір $\varepsilon > 0$ үшін X –те ақырлы ε-тор бар болады
F) Ол Евклид кеңістігі

10. C[0;3] кеңістікте анықталған f(x)= $\int_0^3 (t+1)x(t)dt$ функционалының нормасы жататын аралықтар:
A) [-9; -3]
B) [10; 15]
C) [0; 8]
D) [27; 30]
E) [7; 9]
F) [12; 13]
G) [-1; 1]

11. C[0;2] кеңістігінде функционал

$f(x)=\int_0^2 x(t)\,dt$ теңдігімен берілген болса, онда:

A) Ол сызықты функционал емес
B) ол үзілісті болады
C) оның нормасы 3-ке тең
D) ол x(t) =cos(t) элементіне sin (2) мәнін сәйкес қояды
E) ол теріс мән қабылдай алмайды
F) ол шенелген функционал
G) оның нормасы 3-ке тең

12. A : X $\to$ Y сызықты компактты оператор болса, онда:
A) ол қандай да бір ақырлы өлшемді операторлар тізбегінің шегі болады
B) A - үзілісті
C) A - тұйық емес
D) A – өзіне-өзі түйіндес оператор
E) A- шенелмеген
F) ол әлсіз жинақталатын $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін жинақталатын $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады
G) ол X -тегі әрбір шенелген жиынды Y-тегі аз предкомпактты жиынға аударады

13. A : X$\to$Yсызықты компактты оператор болса, онда:
A) Ол бірлік оператор
B) Ол шенелмеген
C) Түйіндес операторы да компакт
D) Ол қандай да бір ақырлы өлшемді операторлар тізбегінің шегі болады
E) Оның кері операторы бар
F) Y=Xжағдайында $I-A$ Фредгольм операторы болады
G) Ол үзілісті оператор

14. A : X → Y сызықты және шенелген операторы, мұндағы X, Y – банах кеңістіктері:
A) жинақталатын $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін жинақталатын $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады
B) шенелмеген $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін шенелмеген $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады
C) шенелген $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін шенелмеген $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады
D) жинақталатын $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін жинақталмайтын $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады
E) әлсіз жинақталатын $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ X тізбегін жинақталатын $\{Ax_n\}_{n=1}^{\infty} \in$ Y тізбегіне аударады

15. A : $C[-\pi;\pi] \to C[-\pi;\pi]$, Ax(t) = x(-t) операторының λ =-1 меншікті мәніне сәйкес меншікті векторлары:
A) t^2
B) Exp(t)
C) t^4
D) t
E) Ln (t)
F) Sin t
G) Cos t

16. A : $C[-\pi;\pi] \to C[-\pi;\pi]$, Ax(t) = x(-t) операторының λ =1 меншікті мәніне сәйкес меншікті векторлары:
A) Sin t
B) Exp(t)
C) Ln (t)
D) Cos t
E) t
F) t^3
G) t^4

17. Жалпыланған функциялар үшін анықталған амалдар:
A) ақырсыз дифференциалданатын финитті α (x) функциясына көбейту амалы негізгі функциялардың K кеңістігінде $(\alpha f, \varphi) = (f, \alpha\varphi)$ теңдігі арқылы анықталады
B) туынды негізгі функциялардың K кеңістігінде $(f', \varphi) = -(f, \varphi')$ теңдігі арқылы анықталады
C) екінші туынды амалы біріші туындының анықталу жиынында нүктелі туындысы ретінде анықталады
D) көбейту амалы анықталу жиынында нүктелі анықталады
E) туынды амалы анықталу жиынында нүктелі анықталады

18. Жалпыланған сингуляр функция:
A) мысал ретінде Хевисайд функциясы
B) мысал ретінде $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
C) $(f, \varphi) = \int f(x)\phi(x)dx$ түрінде беріле алмайтын жалпыланған функция, мұндағы f- Лебег бойынша интегралданатын функция
D) мысал ретінде Дирактың ығысқан δ- функциясы $(\delta_a, \varphi) = \varphi(a)$ болады
E) мысал ретінде $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
F) мысал ретінде $f(x) = \begin{cases} -1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
G) мысал ретінде Дирактың δ- функциясы $(\delta, \varphi) = \varphi(0)$ болады

19. (f, φ) – жалпыланған функция болса, онда:
A) $(f, \alpha\varphi_1 + \beta\varphi_2) = (f, \alpha\varphi_1) + \beta(f, \varphi_2)$, $\forall \alpha, \beta \in R^1$, $\forall \varphi_1, \varphi_2 \in K$ болады, мұндағы K негізгі функциялар кеңістігі
B) бір ғана нүктеде үзіліссіз функционал
C) финитті функция
D) ол сызықты емес функционал
E) монотонды функция
F) шенелмеген функционал

20. Нормасы скаляр көбейтінді арқылы берілмейтін кеңістіктер:
A) $L_1[a; b]$
B) H – Гильберт кеңістігі
C) C[a; b]
D) c –жинақты тізбектер кеңістігі
E) E^n- n өлшемді Евклид кеңістігі
F) H^2 [a;b] –Соболев кеңістігі

21. Тұйық бірлік шар компакт жиын болатын кеңістіктер:
A) Кез келген ақырлы өлшемді сызықты нормалы кеңістік
B) l_2
C) C[a,b]
D) c_0 – нөлге жинақталатын тізбектер кеңістігі
E) c –жинақты тізбектер кеңістігі
F) m шенелген тізбектер кеңістігі

22. $A_n: X \to Y$ (n =1,2,3,…..) сызықты шенелген операторлар тізбегі және $A: X \to Y$ сызықты шенелген оператор беріліп, D(A) =D(A_n) =X болсын. Онда:
A) A_n операторлар тізбегі A операторына бірқалыпты жинақталғанмен, {||A_n||} тізбегі шенелмеген болуы мүмкін
B) егер X, Y банах кеңістіктері болып, A_n операторлар тізбегі A операторына күшті жинақталса, онда {||A_n||} тізбегі шенелген болады
C) A_n операторлар тізбегінің A операторына күшті жинақтылығынан ол тізбектің A- операторына бірқалыпты жинақтылығы шығады
D) ||A_1||, ||A_2||, … сандық тізбегі шенелген болса, онда A_n операторлар тізбегі A операторына күшті жинақталады
E) егер әрбір x элементі үшін сәйкес {$A_n x$} тізбегі Ax-ке жинақталса, онда A_n операторлар тізбегі A операторына бірқалыпты жинақталады дейді
F) ||A_1||, ||A_2||, … сандық тізбегі шенелген болса, онда A_n операторлар тізбегі A операторына бірқалыпты жинақталады

23. X, Y сызықты нормаланған кеңістіктер және $A: X \to Y$ сызықты оператор берілсін. Онда:
A) «A тұйықоператор және x_n тізбегі нөлдік элементке жинақталады» дегеннен «Ax_n- тізбегі нөлдік элементке жинақталады» деген шығады
B) A тұйықоператор болуы үшін D(A) =X болуы қажет
C) A тұйық оператор деген – D(A) сызықты көпбейнесі $\| x \| \equiv \| x \|_X + \| Ax \|_Y$ нормасымен Банах кеңістігі болады дегенге пара-пар.
D) A-ның тұйық екендігінен, оның үзіліссіздігі шығады
E) A тұйықоператор болуы үшін D(A) жиыны X-те тұйық болуы қажет

24. $A_n : l_2 \to l_2$, $A_n x = (\frac{x_1}{n}, \frac{x_2}{n}, ..., \frac{x_k}{n}, ...)$ (n =1,2,3,…..) операторлар тізбегі берілсін. Онда:

A) Бұл тізбек нөлдік операторға бірқалыпты жинақталады, бірақ күшті жинақталмайды

B) Бұл тізбек O нөлдік операторға күшті жинақталады, яғни $\forall x \in l_2 \Rightarrow \| A_n x - Ox \| \to 0 \, (n \to \infty)$

C) Бұл тізбек нөлдік операторға күшті жинақталады, бірақ бірқалыпты жинақталмайды

D) $\|A_1\|, \|A_2\|, \dots$ сандық тізбегі шенелмеген

E) $\|A_n\| = 1/n$

F) Бұл тізбек O нөлдік операторға бірқалыпты жинақталады, яғни $\| A_n - O \| \to 0 \, (n \to \infty)$

25. Компакт оператор болатын операторлар:

A) Компакт оператордың кері операторы

B) Сызықтық үзіліссіз оператор

C) $I : L_2[0,1] \to L_2[0,1]$ бірлік операторы

D) Мәндер жиыны ақырлы өлшемді оператор

E) Компакт оператордың түйіндес операторы

F) Компакт операторлар тізбегінің норма бойынша шегі

Функционалдық анализ

ПӘНІ БОЙЫНША СЫНАҚ АЯҚТАЛДЫ